

生物医学信号处理 实验指导书

2019年2月

目录

实验一	数字信号处理基础	2
实验二	随机信号的数字特征分析	3
实验三	数字相关和数字卷积	5
实验四	维纳-霍夫方程	7
实验五	Yule-Walker 方程	9

实验一 数字信号处理基础

(一) 实验目的

掌握数字信号的频谱分析。

熟悉数字滤波器的设计和实现。

(二) 实验原理

在做频谱分析的时候，为了提高频域分辨率，常常要增加采样点数。如果数据量略有不足，传统的方法是在数据尾部补 0 来解决，称为高密度频谱(The High Density Spectrum)。但是补 0 并不能够提高频域分辨率，我们认为填入适当的现有数据会更好，称为高分辨率频谱(The High Resolution Spectrum)。Matlab 中做频谱分析分函数为 `fft`。

理想的数字滤波器有：低通、高通、带通和带阻数字滤波器。为了抑制高频噪声，常常还需要平滑数据，这种滤波器也称为平滑滤波器或者中值滤波器。Matlab 中常使用函数 `medfilt1` 函数。

(三) 实验内容和步骤

用 Matlab 编制程序，实现【例 2-9】，【例 2-11】和【例 2-12】。

(四) 思考题

(1) 【例 2-9】中每种情况的频域分辨率为多少？哪种情况能够反映原始信号的频率成分？

(2) 【例 2-12】中平滑数据点的长度 N 与滤波效果是什么关系？

(五) 实验报告要求

简述实验原理及目的；按实验要求编程分析信号的频谱和滤波效果，记录运行结果；简要回答思考题。

实验二 随机信号的数字特征分析

(一) 实验目的

了解随机信号的特征。

掌握随机信号的数字特征分析算法。

(二) 实验原理

对于平稳各态遍历随机过程，可以用单一样本函数的时间平均代替集总平均，即通过测量过程的单一样本来估计信号的统计特征量。

$$\text{样本均值: } \hat{m}_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\text{样本均方值: } E[x_n^2] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2$$

$$\text{样本方差: } \hat{\sigma}_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{m}_x)^2$$

(三) 实验内容和步骤

用 Matlab 编制程序，分析信号的数字特征，包括均值、方差、均方值、协方差。可以使用 Matlab 自带函数。观察信号的直方图，粗略估计其概率分布。

信号 1: 利用 Matlab 中的伪随机序列产生函数 randn() 产生的长 1024 点的序列;

信号 2: 实际采集的生物学信号 (脑电, 心电等)。

(四) 思考题

(1) 改变每段数据长度，观察各段数字特征的分布情况。数据长度对于数字特征估计值有什么样的影响?

(2) 观察伪随机序列，心电信号和脑电信号的直方图，它们之间是否相似？

(3) 通过同一数据分段估计数字特征，大致判断该数据是否可以看作广义平稳。

(五) 实验报告要求

简述实验原理及目的；

按实验要求编程分析所给信号的数字特征，记录运行结果；

简要回答思考题。

实验三 数字相关和数字卷积

(一) 实验目的

熟悉数字相关的运算，初步在信号处理中应用相关技术。

(二) 实验原理

相关可以从时域角度表现信号间的相似（关联）程度，是统计信号处理最基本的手段之一。

设有离散信号 $x(n)$ 和 $y(n)$ ，线性相关函数定义为

$$r_{xy}(m) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)y(n+m)$$

实际采集的信号总是有限长度，用有限的样本估计相关（自相关）函数

$$\hat{R}_x(m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-|m|-1} x_n x_{n+m} \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

求和项总数不是 N 而是 $N-|m|$ ，因为当 $n=N-|m|-1$ 时， $n+|m|=N-1$ 。此时 x_{n+m} 已经到了数据边沿。这种估计是渐进无偏估计和一致估计。

计算中，只要将其中一个序列反转，就可以用计算线性卷积的程序计算线性相关

$$r_{xy}(m) = x(n) * y(-n)$$

因此可以用 FFT 来加速相关运算，即对序列补零后，用循环相关计算线性相关，然后用循环卷积的快速算法计算循环相关，得到最终结果。

(三) 实验内容和步骤

已知发射波形，利用相关技术，在有强背景噪声的情况下检测回波的延时和强度。

首先使用已知信号模版及其若干次衰减延迟生成仿真回波波形，然后与白噪

声背景叠加，构造仿真信号。然后计算模版与仿真信号的相关函数，判断回波位置及相对强度。

(四) 思考题

尝试修改程序，包括改变仿真信号中模版的形状，噪声的强弱，噪声的类型（对白噪声滤波可以获得各种有色噪声），哪些因素会影响相关函数的结果？

(五) 实验报告要求

简述实验原理及目的；

按实验要求编程进行相关分析并调整程序参数，记录运行结果；

简要回答思考题。

实验四 维纳-霍夫方程

(一) 实验目的

学习求解维纳-霍夫方程，寻找最小均方误差意义下的最优滤波器。

(二) 实验原理

根据正交原理可以推导出维纳-霍夫方程，满足该方程的滤波器输出信号的估计值与信号在最小均方误差意义下最接近。

$$R_{xs}(j) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} h_{opt}(m)R_{xx}(j-m) \quad j = -\infty, \dots, 0, \dots, +\infty$$

根据滤波器的形式，维纳滤波器可以分为三种情况：非因果 IIR 型，因果 IIR 型，FIR 型，对于实时性有要求的情况下用后两种形式。

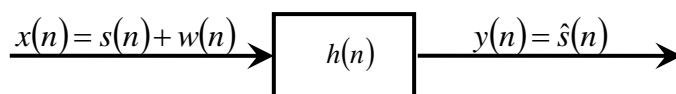


图 1 维纳滤波器

对于 FIR 型维纳滤波器，维纳-霍夫方程的形式为

$$R_{xs}(j) = \sum_{m=0}^{N-1} h_{opt}(m)R_{xx}(j-m) \quad j = 0, 1, \dots, N-1$$

或者写成矩阵形式

$$\mathbf{R}_{xx} \mathbf{H}_{opt} = \mathbf{R}_{xs}$$

其中

$$\mathbf{H}_{opt} = [h(0) \quad h(1) \quad \dots \quad h(N-1)]^T$$

$$\mathbf{R}_{xs} = [R_{xs}(0) \quad R_{xs}(1) \quad \dots \quad R_{xs}(N-1)]^T$$

$$\mathbf{R}_{xx} = \begin{bmatrix} R_{xx}(0) & R_{xx}(1) & \dots & R_{xx}(N-1) \\ R_{xx}(1) & R_{xx}(0) & \dots & R_{xx}(N-2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{xx}(N-1) & R_{xx}(N-2) & \dots & R_{xx}(0) \end{bmatrix}$$

这样，如果信号和噪声的二阶统计特性已知，则易求解

$$\mathbf{H} = \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{R}_{xs}$$

维纳滤波的均方误差是

$$E[e^2(n)] = R_{ss}(0) - \sum_{m=0}^{N-1} h_{opt}(m) R_{xs}(m)$$

(三) 实验内容和步骤

已知信号的自相关函数和噪声的能量，编写程序求解维纳-霍夫方程，寻找最优滤波器。

编写程序仿真信号，噪声和观察波形，然后把观察信号通过滤波器得到的信号估计与原始信号比较，观察是否达到了去噪的目的。

选择不同信号（仿真信号，实际采集的心电，脑电信号），人工添加噪声，调整噪声的相对强度，观察滤波效果。

(四) 思考题

观察实验结果，对于几种不同的信号，维纳滤波是否都取得了较好的效果？如果效果不好，试分析原因。

(五) 实验报告要求

简述实验原理及目的；

按要求编程求解维纳-霍夫方程，并对信号去噪，记录运行结果；

简要回答思考题。

实验五 Yule-Walker 方程

(一) 实验目的

学习求解 Yule-Walker 方程，建立随机信号的 AR 模型。

(二) 实验原理

随机信号可以看作是由当前激励白噪声 $w(n)$ 以及若干次以往信号 $x(n-k)$ 的线性组合产生，即所谓自回归模型（AR 模型）

$$x(n) = w(n) - \sum_{k=1}^p a_k x(n-k)$$
$$H(z) = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^p a_k z^{-k}}$$

模型参数满足 Yule-Walker 方程

$$R_{xx}(m) = -\sum_{k=1}^p a_k R_{xx}(m-k) \quad m > 0$$

矩阵形式

$$\begin{bmatrix} R(0) & R(-1) & \cdots & R(1-p) \\ R(1) & R(0) & \cdots & R(2-p) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R(p-1) & R(p-2) & \cdots & R(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_p \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} R(1) \\ R(2) \\ \vdots \\ R(p) \end{bmatrix}$$

求解 Yule-Walker 方程，就可以得到 AR 模型系数

当模型阶次较大时，直接用矩阵运算求解的计算量大，不利于实时运算。利用系数矩阵的特性，人们提出了如 L-D 算法等快速算法。

(三) 实验内容和步骤

编写求解 Yule-Walker 方程的程序，并对实际生理信号（例如心电、脑电）建立 AR 模型。

对同一数据，使用 Matlab 信号处理工具箱自带函数 `aryule` 计算相同阶数 AR

模型系数，检验程序是否正确。

用伪随机序列（白噪声）驱动 AR 模型，观察输出是否与真实心电、脑电信号相似，对比真实信号与仿真信号的功率谱。

(四) 思考题

对 ECG、EEG 建模后，该模型产生的信号是否能反映 ECG、EEG 信号的特征？

(五) 实验报告要求

简述实验原理及目的；

按要求编程求解 Yule-Walker 方程，并对脑电信号建立 AR 模型；

使用白噪声驱动生成仿真脑电；

简要回答思考题。